



ATEM

ATELIÉR EKOLOGICKÝCH MODELŮ

IMISNÍ MODEL **ATEM**

Metodická příručka

Praha
listopad 2005

OBSAH

1. Úvod	1
2. Vstupní data	3
2.1. Vstupní údaje o emisních zdrojích.....	3
2.1.1. Bodové zdroje	3
2.1.2. Liniové zdroje	4
2.1.3. Plošné zdroje	4
2.1.4. Vliv dálkového přenosu (Transfery)	5
2.1.5. Informace o prachu	5
2.2. Meteorologické vstupní údaje.....	6
2.2.1. Údaje pro standardní výpočty	6
2.3. Údaje o referenčních bodech	8
2.3.1. Údaje o referenčních bodech.....	8
2.3.2. Možnost výpočtu charakteristik znečištění nad úrovní terénu.....	8
2.4. Údaje o imisních limitech a referenčních koncentracích znečišťujících látek	9
3. Popis metodiky výpočtu šíření znečištění	10
3.1. Základní vztahy pro výpočet koncentrace znečišťující látky	10
3.1.1. Plynné znečištění.....	11
3.1.1.1. Výpočet hodnoty přízemní koncentrace plynného znečištění z bodového zdroje.....	11
3.1.1.2. Výpočet hodnoty přízemní koncentrace plynného znečištění z liniového zdroje.....	12
3.1.1.3. Výpočet hodnoty přízemní koncentrace plynného znečištění z plošného zdroje.....	14
3.1.2. Znečištění suspendovanými částicemi (tuhý aerosol).....	15
3.1.3. Určení hodnot krátkodobých a ročních průměrných koncentrací oxidu dusičitého	15
3.2. Definice parametrů a proměnných.....	17
3.2.1. Použitá souřadnicová soustava.....	17
3.2.1.1. Horizontální souřadnicový systém	17
3.2.1.2. Vertikální souřadnice	18
3.2.2. Další postižení vlivu vertikální členitosti terénu.....	18
3.2.3. Určení efektivní výšky zdroje	19
3.2.4. Určení rychlosti a směru větru	20
3.2.4.1. Vztah pro vertikální profil velikosti rychlosti větru.....	20
3.2.4.2. Změna směru rychlosti větru s výškou.....	21
3.2.5. Rozptylové parametry	21
3.2.5.1. Rozptylové parametry pro bodové zdroje	22
3.2.5.2. Rozptylové parametry pro liniové zdroje.....	23
3.2.5.3. Rozptylové parametry pro plošné zdroje	24
3.2.6. Zahrnutí vlivu depozice a transformace znečišťujících látek	24
3.2.7. Sedimentační rychlost pevných částic	25
3.3. Výpočet hlavních charakteristik znečištění ovzduší.....	26
3.3.1. Výpočet charakteristik v libovolně zadaném bodě	27
3.3.2. Výpočet charakteristik v pravidelné síti bodů.....	27
3.3.3. Výpočet maximálních krátkodobých hodnot koncentrací	27

3.3.4.	Výpočet hodnot dlouhodobých (ročních) průměrů koncentrací	28
3.3.5.	Výpočet délky doby překročení krátkodobého imisního limitu daným druhem znečištění.....	30
4.	Další možné aplikace výpočtu znečištění ovzduší	31
4.1.	Výpočet příspěvku ke krátkodobé hodnotě koncentrace z daného sektoru	31
4.2.	Výpočet příspěvku k průměrné roční hodnotě koncentrace z daného sektoru	31
4.3.	Určení relativního podílu jednotlivých skupin zdrojů na průměrné roční hodnotě koncentrace v daném bodě.....	32
4.4.	Výpočet podílu (absolutního i relativního) jednotlivých zdrojů na průměrných ročních hodnotách koncentrací v referenčním bodě	32
5.	Interpretace výsledků charakteristik znečištění ovzduší	33
	LITERATURA	34
	PŘÍLOHA A: VYJÁDRĚNÍ FUNKCE ERF(x)	35

SEZNAM TABULEK

Tab. 1	Rozdělení frakcí prašného aerosolu	5
Tab. 2	Třídy rychlosti proudění.....	7
Tab. 3	Třídy stability podle klasifikace Bubník – Koldovský	7
Tab. 4	Zohlednění vlivu terénu – parametr T_{stab}	19
Tab. 5	Postupný vznos vlečky – parametr L_b	20
Tab. 6	Postupný vznos vlečky – koeficient a	20
Tab. 7	Vertikální profil rychlosti proudění – koeficient a	21
Tab. 8	Koeficienty pro výpočet rozptylu	22
Tab. 9	Parametr σ_0 pro stanovení počátečních podmínek rozptylu	23

1. ÚVOD

Předložená Metodická příručka obsahuje návody a postupy pro aplikaci modelových postupů ATEM pro výpočet koncentrací znečišťujících látek emitovaných bodovými, liniovými nebo plošnými zdroji znečištění. V příručce je obsažen popis potřebných vstupních informací o jednotlivých typech emisních zdrojů, dále jsou zde uvedeny základní rovnice výpočtu, vztahy pro stanovení dalších, ve výpočtech používaných parametrů a ukázán postup výpočtu hlavních charakteristik (tj. koncentrací) znečištění ovzduší i některé další možné aplikace.

Použitým přístupem k výpočtu charakteristik stavu znečištění spadá předložená metodika do skupiny tzv. gaussovských disperzních modelů. Navazuje jednak na postupy popsané v publikaci „Metodika výpočtu znečištění ovzduší pro stanovení a kontrolu technických parametrů zdrojů“, jež byla v roce 1979 vydána Ministerstvem lesního a vodního hospodářství ČSR [1] a tuto metodiku rozšiřuje a modifikuje na základě řady nově získaných poznatků. Popis předložené metodiky lze nalézt též v [2].

Předložená metodika výpočtu charakteristik stavu znečištění umožňuje

- výpočet znečištění ovzduší plynnými látkami a prachem od velkého počtu bodových, liniových a plošných zdrojů znečištění ovzduší
- výpočet charakteristik znečištění v husté pravidelné i nepravidelné síti referenčních bodů tak, aby výsledky mohly být dále zpracovány např. pomocí geografického informačního systému (GIS) a podány v mapové formě
- výpočet znečištění v relativně komplikovaném terénu
- vycházet při výpočtu z většího počtu větrných růžic, přičemž každá z nich je charakteristická pro určitou část modelové oblasti a popisuje větrné poměry v této oblasti; každá větrná růžice bere v úvahu statistické rozložení směru a rychlosti větru vztažené k třídám vertikální teplotní stability ovzduší v mezní vrstvě atmosféry podle klasifikace Bubníka a Koldovského.

V každém referenčním bodě je možné získat následující charakteristiky znečištění ovzduší:

- maximální možné hodinové koncentrace znečištění, které se mohou vyskytnout ve všech třídách stability ovzduší a rychlosti větru (analog měřených hodinových koncentrací)
- hodnotu maximální možné krátkodobé koncentrace znečištění, jíž bylo v daném bodě výpočtem dosaženo, bez ohledu na rychlost větru a vertikální teplotní stabilitu (analog měřených hodinových průměrů)
- hodnotu roční průměrné koncentrace
- dobu trvání, po kterou hodnota krátkodobé koncentrace překračuje zadanou hodnotu (např. krátkodobý imisní limit pro daný druh znečištění).

Dále je možno

- v každém referenčním bodě určit procentuální podíl, kterým se jednotlivé skupiny znečišťovatelů (velké vybrané bodové zdroje, dopravní zdroje, definovaná množina zdrojů apod.) podílejí na dosažené hodnotě průměrné roční (dlouhodobé) koncentrace
- určit příspěvky k celkové hodnotě koncentrace z jednotlivých sektorů větrné růžice (jak pro krátkodobé, tak dlouhodobé hodnoty) v každém referenčním bodě

- stanovit konkrétní emisní zdroje, které v daném referenčním bodě přispívají k celkové koncentraci vyšší hodnotou, než je zadaný procentuální podíl
- stanovit výšku bodového zdroje (komína) tak, aby byly splněny imisní limity

Tato metodika, ostatně jako všechny metodiky spadající do oblasti gaussovských disperzních modelů, je především určena k vypracování rozptylových studií použitelných jako podklady pro hodnocení stavu kvality ovzduší v zájmové oblasti. Metodika není vhodná pro studie, kdy rozloha modelové oblasti převyšuje hodnotu cca 100 km a dále není vhodná pro detailní stanovování hodnot koncentrací např. v uličních kaňonech nebo složité zástavbě. Orografie (reliéf terénu) území pokrytého výpočtem by neměla být příliš komplikovaná. Je-li přesto model v orograficky komplikované oblasti použit, pak by v každém případě měla být interpretace výsledků svěřena odborníkovi. Metodiku nelze použít pro určování hodnot koncentrací za velmi nízkých rychlostí větru a za bezvětří – toto je opět společný rys gaussovských disperzních modelů.

2. VSTUPNÍ DATA

Vstupní informace potřebné k výpočtu znečištění ovzduší je možno rozdělit do následujících kategorií.

1. Informace o jednotlivých emisních zdrojích, včetně údajů o dálkovém přenosu (tzv. transferech)
2. Meteorologické informace
3. Informace o referenčních bodech
4. Informace o imisních limitech a referenčních koncentracích

Struktura vstupních údajů o emisních zdrojích se liší podle toho, zda se jedná o bodový, liniový nebo plošný zdroj. Jinak je celková sada jednotlivých vstupních souborů pro danou úlohu neměnná a musí obsahovat informace, které budou blíže popsány v následujících odstavcích.

Souřadnice emisních zdrojů i referenčních bodů jsou obvykle zadány v tzv. absolutní soustavě (tj. např. soustavě JTSK, která vychází z Křovákovy souřadné soustavy, ale pro účely využití v GIS byla transformována na pravotočivý souřadný systém). Výpočet pak probíhá v pravotočivé soustavě orientované tak, že osa x je namířena ve směru proudění a emisní zdroj leží v počátku souřadnic, vertikální souřadnice z míří k zenitu (tzv. přirozená souřadnicová soustava). Detailní popis souřadnicového systému bude rozebrán v části 3.2.1.

2.1. Vstupní údaje o emisních zdrojích

2.1.1. Bodové zdroje

Za bodový emisní zdroj lze považovat komíny, výduchy a odvětrávání, tj. každý emisní zdroj, jehož rozměr (charakteristický délkový rozměr emitující plochy – např. její poloměr) je zanedbatelný proti vzdálenostem, v nichž se počítá znečištění tímto zdrojem působené. Vstupní údaje o každém emisním bodovém zdroji (komínu) jsou následující:

1. identifikátor zdroje, potřebný pro další identifikaci
2. souřadnice paty komínu a nadmořská výška
3. stavební výška komínu [m]
4. tepelná vydatnost spalin [MW]
5. provozní doba zdroje během roku [hodiny.rok⁻¹]
6. třída zdroje – identifikace bodového zdroje udávající, zda se jedná o vybraný velký vzdálený zdroj nalézající se na území ČR, či zdroj ležící v modelové oblasti
7. číslo větrné růžice charakteristické pro oblast, v níž se zdroj nalézá
8. množství emisí daného znečištění za časovou jednotku [g.s⁻¹]

2.1.2. Liniové zdroje

Pomocí liniových zdrojů jsou téměř výhradně parametrizovány automobilové komunikace (silnice, ulice), pouze výjimečně pak frekventované železniční komunikace. Tvoří-li komunikace přímou linii, pak lze tuto komunikaci aproximovat liniovým zdrojem např. od jedné křižovatky k následující, není-li komunikace přímková pak je aproximována rovnými úseky tak, aby rozdíl mezi skutečným tvarem komunikace a po částech lineární aproximací byl co nejmenší a každá přímková část se uvažuje jako liniový zdroj znečištění. Ke každému liniovému zdroji (tj. přímkovému úseku komunikace) je nutno zadat následující údaje:

1. identifikátor úseku liniového zdroje - slouží k identifikaci zdroje
2. souřadnice a nadmořská výška konců daného úseku liniového zdroje
3. šířka zdroje – vozovky [m]
4. doba, po kterou trvá po daném úseku provoz během roku [hodiny.rok⁻¹]
5. třída emisního zdroje – v případě liniových zdrojů se bude téměř vždy jednat o dopravní zdroje
6. číslo větrné růžice charakteristické pro oblast, kde se komunikace nalézá
7. průměrné roční emise znečišťujících látek z celé délky úseku [g.s⁻¹]

Parametrizace emisí prachu je diskutována v kapitole 2.1.5.

2.1.3. Plošné zdroje

Pomocí plošných zdrojů jsou v předložené metodice parametrizovány následující druhy reálných emisních zdrojů:

- a) lokální vytápění – velký počet malých bodových zdrojů relativně hustě pokrývajících určitou oblast,
- b) dopravní zdroje – zejména křižovatky, parkoviště
- c) plošně působící stacionární zdroje (lomy, nezpevněné plochy, staveniště).

Informace, které je nutno pro tuto skupinu zdrojů zadat, se sestávají z následujících položek:

1. identifikátor zdroje
2. souřadnice a nadmořská výška středu čtverce aproximujícího plošný zdroj
3. průměrná výška zástavby [m] (u dopravních zdrojů se zadává 0)
4. průměrná tepelná vydatnost [MW] (u dopravních zdrojů se zadává 0)
5. délka strany čtverce parametrizujícího plošný zdroj [m]
6. počet hodin za rok, po něž zdroj emituje
7. třída zdroje – dopravní nebo jiný (vytápění, staveniště apod.) zdroj
8. číslo větrné růžice odpovídající oblasti, v níž se zdroj nalézá
9. emise znečišťujících látek za jednotku času z celé plochy plošného zdroje [g.s⁻¹]

Vzhledem k tomu, že plošný zdroj aproximující velké množství bodových zdrojů (např. blok s lokálními topeništi) není pokryt jednotlivými zdroji rovnoměrně, předpokládá se u takovýchto zdrojů hustota zástavby 0,8. V případě dopravních zdrojů metodika předpokládá rovnoměrné rozložení zdrojů po celé ploše zdroje, tj. hustota je rovna 1.

Tepelná vydatnost plošného zdroje (v případě lokálního vytápění) se bere jako průměrná tepelná vydatnost zahrnutých malých lokálních bodových zdrojů, u dopravních zdrojů se zadává 0.

Výška plošného zdroje (v případě lokálního vytápění) se bere jako průměrná stavební výška zástavby v daném plošném zdroji, u dopravních zdrojů se zadává 0.

Parametrizace emisí prachu je diskutována v kapitole 2.1.5.

2.1.4. Vliv dálkového přenosu (Transfery)

Vliv emisních zdrojů, které nejsou explicitně uvedeny v příslušném datovém souboru, je parametrizován pomocí tzv. transferů. V těchto transferech je skryt jednak vliv domácích, do vlastního souboru emisních dat nezahrnutých zdrojů, vliv dálkového přenosu znečištění, pocházejícího ze zahraničí a přírodní pozadí. Transfery jsou dány jako hodnoty koncentrace dané škodliviny, jež závisejí na směru rychlosti proudění a jež je nutno přičíst v každém referenčním bodě k hodnotě vypočtené koncentrace. Pro každý typ znečišťující látky je možno určit i průměrnou roční hodnotu, což je vážený průměr transferů přes jednotlivé sektory větrné růžice, kdy vahami jsou četnosti proudění z daných sektorů. Tuto hodnotu je možno využít při výpočtu průměrné roční hodnoty koncentrace daného druhu znečištění. Není-li hodnota transferů známa či se z nějakého důvodu nemusí do výpočtu zahrnout, je možné nastavit hodnotu transferů přes všechny sektory = 0 a stejně tak i průměrnou roční hodnotu.

2.1.5. Informace o prachu

V případě výpočtu znečištění ovzduší prachem je v současné době pevně zadáno spektrum velikostí prašných částic příslušné jednotlivým velikostním frakcím, procentuální zastoupení těchto frakcí i sedimentační rychlost odpovídající jednotlivým frakcím. Proto v současnosti není nutno tyto údaje zadávat. Autoři si však jsou vědomi omezení plynoucích z tohoto přístupu a připravují modifikaci tak, aby bylo možno zadávat jak „vlastní“ spektrum frakcí, tak i v případě, že uživateli tato veličina není známa, bylo možno použít dosud používaný „přednastavený“ přístup. Současné rozdělení a procentuální zastoupení jednotlivých frakcí udává následující tabulka.

Tab. 1 Rozdělení frakcí prašného aerosolu

třídy velikostí jednotlivých frakcí [μm]	0 - 5	5 - 10	10 – 15	15 – 20	20 - 25	25 – 30	nad 30
Charakteristický průměr <i>d</i> částic frakce [μm]	3,15	7,768	12,664	17,618	22,592	27,576	35,00
Procentuální podíl jednotlivých frakcí	33	28	22	10	4	1	2

Výše uvedená tabulka platí pro případ výpočtu koncentrací celkové prašnosti (SPM). V případě hodnocení koncentrací PM₁₀ se uvažují pouze první dvě třídy (0-5 a 5-10 μm).

Blíže bude o způsobu určení charakteristického průměru a odpovídající sedimentační rychlosti pevných částic pojednáno v části 3.2.7.

2.2. Meteorologické vstupní údaje

Skupina gaussovských disperzních modelů, do níž předložená metodika spadá, se vyznačuje relativní nenáročností v požadavcích na data charakterizujících stav atmosféry. Z meteorologických údajů jsou pro výpočet potřebné tzv. větrné růžice, jejich popis bude prezentován v následujících odstavcích.

Zatímco většina gaussovských disperzních modelů využívá při výpočtu jednu větrnou růžici, počet větrných růžic popisujících poměry proudění v zájmové oblasti v této metodice není omezen. Dá se říci, že čím komplikovanější je tvar reliéfu zemského povrchu (tzv. orografie), tím je vhodnější používat více růžic. Naopak v případě naprosto rovinného terénu bude stačit jedna větrná růžice pro popis šíření znečištění od všech místních zdrojů. Tímto způsobem lze do jisté míry zahrnout vliv členitější orografie na prostorové rozložení pole proudění.

Poněkud jiná je situace v případě výpočtu příspěvků od vybraných velkých bodových zdrojů nalézajících se na území ČR a v okolí zájmové (modelové) oblasti. V tomto případě je vhodné využít větrnou růžici ze standardní hladiny 850 hPa případně 925 hPa založenou na datech aerologické sondáže stanice Praha – Libuš.

Při výpočtu příspěvku od těchto zdrojů nemá smysl zacházet do přílišných detailů, neboť vzdálenost zde v řadě případů převyšuje hodnotu, kdy je tato metodika aplikovatelná pro případ, kdy chceme určit konkrétní vliv určitého zdroje (na druhé straně však jde o to, aby se při výpočtu imisního zatížení určité oblasti postihl i vliv nejvýznamnějších vzdálených emisních zdrojů, který nemusí být zanedbatelný). Veškerá data popisující meteorologické podmínky pro tento případ (růžice pro „dálkový“ přenos) jsou proto vztažena k neutrálnímu vertikálnímu teplotnímu zvrstvení.

2.2.1. Údaje pro standardní výpočty

Stanovení větrných růžic, tj. rozložení relativních četností proudění do osmi, případně šestnácti základních směrů (tj. sever, severovýchod, východ ...; čím podrobnější dělení na jednotlivé sektory, tím lépe) v závislosti na rychlosti proudění a bezvětrí a třídě vertikální teplotní stability doporučujeme zadávat odborníkům. Jak již bylo uvedeno, v případě členitého terénu je vhodné celou modelovou oblast rozdělit na takové podoblasti, kdy pro každou jednotlivou podoblast je možné z hlediska větrných poměrů charakterizovat jednou větrnou růžicí. Podoblasti postupně číslujeme od 1 do N_{oblast} , kde N_{oblast} je nejvyšší číslo podoblasti a stejná čísla přiřazujeme jednotlivým růžicím. Všem emisním zdrojům ležícím v k -té podoblasti pak přiřadíme k -tou větrnou růžici, stejně tak všem referenčním bodům nalézajícím se v k -té podoblasti přiřadíme k -tou větrnou růžici.

Plošným zdrojům přiřadíme číslo růžice podle toho, v které podoblasti se nalézá střed plošného zdroje. Liniový zdroj může mít jeden konec v jedné podoblasti a druhý v jiné. Pak je vhodné rozdělit tento liniový zdroj na dva tak, aby dělicí bod ležel právě na hranici obou podoblastí.

Intenzita, s jakou se znečišťující látky v atmosféře rozptylují, závisí zejména na dvou faktorech: rychlosti proudění a intenzitě termicky podmíněné turbulence, přičemž intenzita

termické turbulence je přímo závislá na vertikální teplotní stabilitě atmosféry. Proto relativní četnost proudění z jednotlivých osmi základních směrů kompasové růžice v závislosti na těchto dvou faktorech, tj. rychlosti větru a vertikální teplotní stabilitě atmosféry vytvářejí základní klimatickou informaci poměrech proudění v dané oblasti - větrnou růžici.

Rychlost větru je dána pomocí 3 tříd rychlosti (viz [1], [2] nebo [3]) a uvádí ji následující tabulka:

Tab. 2 Třídy rychlosti proudění

Třída rychlosti proudění	Rozmezí rychlostí [m.s ⁻¹]	Velikost třídny rychlosti [m.s ⁻¹]
1. slabý vítr	0 – 2,5 (včetně)	1,7
2. mírný vítr	2,5 – 7,5 (včetně)	5,0
3. silný vítr	více než 7,5	11,0

Rychlost větru je dána v tzv. anemometrické výšce, tj. ve výšce 10 m nad úrovní terénu. Směr větru je v meteorologii udáván vždy podle toho, odkud vítr vane. Tj. severní vítr označuje vítr vanoucí ze severu, tedy s azimutem 0°, východní vítr pak vítr s azimutem 90°. Při použití např. Křovákovy souřadné soustavy nebo soustavy JTSK je nutno použít transformaci do dané souřadnicové soustavy (viz kapitola 3.2.1.1.).

Jak již bylo uvedeno, intenzita termické turbulence je závislá na vertikální teplotní stabilitě atmosféry, tedy na vertikálním teplotním zvrstvení. Předložená metodika popisuje stabilitu vertikálního teplotního zvrstvení pomocí klasifikace podle Bubníka a Koldovského odvozené v ČHMÚ. Tato klasifikace obsahuje 5 tříd vertikální teplotní stability atmosféry:

Tab. 3 Třídy stability podle klasifikace Bubník – Koldovský

Třída stability	Vertikální teplotní gradient [°C/100 m]	Charakteristika
1. superstabilní	$\gamma < -1,6$	silná inverze, velmi špatné rozptylové podmínky
2. stabilní	$-1,6 \leq \gamma < -0,7$	obvyklá inverze, špatné rozptylové podmínky
3. izotermní	$-0,7 \leq \gamma < 0,6$	slabá inverze, izotermie, malá kladná hodnota vertikálního teplotního gradientu, zhoršené rozptylové podmínky
4. normální	$0,6 \leq \gamma \leq 0,8$	indiferentní teplotní zvrstvení, obvyklý případ dobrých rozptylových podmínek
5. konvektivní	$0,8 < \gamma$	labilní teplotní zvrstvení, velmi dobrý rozptyl znečištění v atmosféře

Vertikální teplotní gradient (přesněji lokální vertikální teplotní gradient) je určen vztahem

$$\gamma = - \partial T(z) / \partial z$$

$T(z)$ udává závislost teploty vzduchu na výšce v daném místě.

Dále je nutno poznamenat, že ne všechny třídy vertikální teplotní stability se mohou vyskytnout při všech hodnotách rychlosti proudění. (3. třída rychlosti se může, podle definice, vyskytovat pouze v 3. a 4. třídě stability; v 1. třídě stability je přípustná pouze 1. třída rychlosti.)

Větrná růžice používaná pro popis transportu a rozptylu znečišťujících látek ze vzdálených bodových zdrojů má relativní četnosti proudění ze všech sektorů pro všechny třídy vertikální teplotní stability a třídy rychlosti jsou položeny rovny 0 kromě 4., tj. normální stabilitní třídy.

2.3. Údaje o referenčních bodech

2.3.1. Údaje o referenčních bodech

Referenční body, v nichž jsou charakteristiky znečištění určovány, mohou vytvářet jak pravidelnou síť tak mohou být i nepravidelně rozmístěny v oblastech zvýšeného zájmu. V obou těchto případech se musí pro každý z referenčních bodů zadat následující informace:

1. identifikátor bodu
2. souřadnice referenčního bodu
3. nadmořskou výšku místa, kde se referenční bod nalézá – v síti referenčních bodů tato veličina také popisuje orografii modelové oblasti
4. výšku bodu nad terénem – standardně se parametry imisního zatížení počítají pro tzv. respirační výšku, tj. 1,5 m nad úrovní terénu
5. odkaz na růžici, která charakterizuje podmínky proudění v oblasti výskytu referenčního bodu

Souřadnice referenčního bodu (nebo referenčních bodů) jsou zadány v obecném souřadnicovém systému (např. JTSK) a během výpočtu pak jsou transformovány do souřadnicové soustavy spojené se směrem proudění.

2.3.2. Možnost výpočtu charakteristik znečištění nad úrovní terénu

Jak bylo uvedeno v předchozím odstavci, charakteristiky znečištění jsou standardně počítány pro výšku 1,5 m nad úrovní terénu, tj. pro tzv. respirační výšku. Chceme-li počítat charakteristiky znečištění v jiných výškových hladinách, pak je nutno ve vstupních informacích o referenčních bodech zadat jinou výšku bodu nad terénem než je respirační výška. Toho lze např. využít při výpočtu charakteristik v různých patrech na fasádách domů nebo při výpočtu vertikálního profilu charakteristik znečištění (koncentrace) v určitém místě. Při tomto druhu výpočtu zůstávají souřadnice x a y referenčního bodu konstantní stejně tak jako nadmořská výška místa kde se referenční bod nalézá, mění se jen hodnota výšky referenčního bodu nad terénem.

2.4. Údaje o imisních limitech a referenčních koncentracích znečišťujících látek

Jednou z charakteristik počítaných v každém referenčním bodě je určení doby překročení krátkodobého imisního limitu daného druhu znečištění v intervalu jednoho kalendářního roku. Pro určení těchto veličin je nutné, aby do výpočtu vstupovaly informace o imisních limitech pro hodinovou koncentraci, a tato hodnota je pak srovnávána s vypočtenými krátkodobými hodnotami koncentrace příslušného druhu znečištění. Někdy mohou nastat případy, že je nutné porovnat vypočtené hodnoty s hodnotou denního imisního limitu. Výpočet hodnot průměrné denní koncentrace daného typu znečištění není součástí této metodiky.

3. POPIS METODIKY VÝPOČTU ŠÍŘENÍ ZNEČIŠTĚNÍ

3.1. Základní vztahy pro výpočet koncentrace znečišťující látky

Před tím, než se začneme zabývat vlastními vztahy pro výpočet charakteristik znečištění, uvedeme seznam a vysvětlení významu veličin a parametrů, jež se ve zmíněných vztazích objevují:

a	exponent závislý na třídě stability (postupný vznos a vertikální profil větru)
$c(x,y,z_T)$	okamžitá hodnota koncentrace od jednoho zdroje daného typu v referenčním bodě o souřadnicích (x,y,z_T)
$cet_{stab,rych}$	četnost výskytu třídy stability a třídy proudění v jednom sektoru
$cet_{sektor,stab,rych}$	četnost výskytu třídy stability a třídy proudění přes jednotlivé sektory
$CELCET_{sektor}$	suma všech hodnot $cet_{stab,rych}$ v jednom sektoru
d	buď charakteristický průměr částic v μm , nebo šířka komunikace v případě liniových zdrojů, nebo délka strany plošného zdroje
d_{kom}	délka liniového zdroje [m]
$DOBA_{zdroj}$	doba provozu zdroje [hod]
E	emisní hmotnostní tok [$g \cdot s^{-1}$] pro bodový zdroj
E_L	emisní hmotnostní tok [$g \cdot s^{-1} \cdot m^{-1}$] pro liniový zdroj
E_P	emisní hmotnostní tok [$g \cdot s^{-1} \cdot m^{-2}$] pro plošný zdroj
eNO_2	emisní poměr mezi NO_2/NO_x
f	číselný parametr pro výpočet efektivní výšky zdroje
g	tíhové zrychlení
h_v	korekce výšky vlečky n-té frakce prachových částic na sedimentační rychlost této frakce [ms^{-1}]
h_s	stavební výška zdroje [m]
H_{ef}	efektivní výška zdroje [m]
H_{ef0}	efektivní výška zdroje nad rovinným terénem (bez korekcí) [m]
ΔH	vznos vlečky [m]
iNO_2	poměr mezi NO_2/NO_x v imisích
L_b	číselný faktor u výpočtu postupného vznosu
Q_S	tepelná vydatnost zdroje [MW]
r'_0	efektivní poloměr plošného zdroje [m]
R_{dis}	vzdálenost referenčního bodu od liniového zdroje [m]
$RDOBA_{zdroj}$	$= DOBA_{zdroj} / 8760$
T_{stab}	číselný parametr použitý ve vztahu pro korekci H_{ef} na terénní nerovnosti, závislý na třídě stability
T^{lim}	doba překročení zadané hodnoty krátkodobé koncentrace v referenčním bodě
T^{lim}_{sektor}	doba překročení zadané hodnoty krátkodobé koncentrace v referenčním bodě při proudění z jednoho sektoru
$u(z_p)$	třídní rychlost proudění v anemometrické výšce z_p [ms^{-1}]
u_s	rychlost v koruně komína [ms^{-1}]
v_{sn}	sedimentační rychlost n-té frakce prachových částic [ms^{-1}]
WD_{10}	azimut proudění v anemometrické výšce
WDI_Z	azimut proudění ve výšce z nad terénem

X, Y	souřadnice v absolutní soustavě (např. JTSK)
x, y	souřadnice v soustavě souřadné spojené se směrem proudění
X_b, Y_i	souřadnice konců liniového zdroje ($i = 1, 2$)
X_p, Y_p	souřadnice bodového zdroje nebo středu liniového nebo plošného zdroje
X_R, Y_R	souřadnice referenčního bodu
x_{Yvirt}	virtuální vzdálenost pro σ_{y0}
x_{Zvirt}	virtuální vzdálenost pro σ_{z0}
z_p	vertikální souřadnice zdroje
z_R	vertikální souřadnice referenčního bodu
z_T	výška referenčního bodu nad terénem (souřadnice z referenčního bodu)
α_{sektor}	úhel sektoru, na něž je rozdělena věrné růžice
ϕ_n	relativní podíl n-té frakce prachových částic na celkové emisi prašných částic (0-1)
μ	dynamická viskozita vzduchu
θ	úhel mezi osou liniového zdroje a směrem proudění
ρ	hustota prachové částice
σ_y	rozptylový parametr v horizontálně příčném směru
σ_z	rozptylový parametr ve vertikálně příčném směru
σ_{y0}	počáteční hodnota σ_y v místě liniového nebo plošného zdroje
σ_{z0}	počáteční hodnota σ_z v místě liniového nebo plošného zdroje
σ_0	hodnota závislá na stabilitě sloužící k parametrizaci σ_{z0}

3.1.1. Plynné znečištění

Obecné vztahy pro výpočet přízemní koncentrace znečišťující látky emitované ze stacionárních zdrojů lze získat jako řešení rovnice difúze ve stacionárním tvaru, kde se v souladu se statistickou teorií turbulence předpokládá, že ve směrech vertikálně a horizontálně příčném vzhledem ke směru proudění je rozptyl znečišťující látky popsán pomocí směrodatných odchylek Gaussova (normálního) rozložení – tzv. rozptylových parametrů σ_y a σ_z . Tyto vztahy se budou poněkud lišit podle toho, jsou-li odvozeny pro bodový zdroj, nekonečně dlouhý liniový zdroj nebo plošný zdroj. V dalších odstavcích uvádíme příslušné vztahy tak, jak jsou podle předložené metodiky používány k výpočtu koncentrací znečišťujících látek.

3.1.1.1. Výpočet hodnoty přízemní koncentrace plynného znečištění z bodového zdroje

Pro výpočet koncentrace plynného znečištění ze stacionárního bodového zdroje emisí lze vycházet ze vztahu

$$c(x, y, z_T) = \frac{KVDE}{2\pi\sigma_y\sigma_z u_s} \exp\left[-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right]$$

V označuje tzv. vertikální člen, který je dán vztahem:

$$V = 2 \cdot \exp \left[-0.5 \left(\frac{z_T - H_{ef}}{\sigma_z} \right)^2 \right]$$

Pomocí členu D je parametrizováno jakékoliv odstraňování znečišťující látky z atmosféry. Blíže bude vyjádření tohoto členu popsáno v části 3.2.6.

Velikost číselné konstanty $K = 10^6$ zajišťuje, že je-li hodnota hmotnostního toku emitovaného znečištění E zadána v příslušných jednotkách (v případě uváděné metodiky je E udáváno v $\text{g} \cdot \text{s}^{-1}$), vypočtená koncentrace vyjde v požadovaných jednotkách (zde v $\mu\text{g} \cdot \text{m}^{-3}$).

Vztah pro výpočet koncentrace působené v referenčním bodě bodovým emisním zdrojem platí v souřadné soustavě spjaté se směrem proudění, kdy počátek souřadnic se nalézá v bodovém emisním zdroji a kladný směr osy x je totožný se směrem proudění. Transformační vztahy základní souřadnou soustavou (např. soustavou JTSK), v níž jsou souřadnice zdrojů a referenčních bodů ve vstupních datech zadány a soustavou spojenou se směrem proudění, budou uvedeny v odstavci 3.2.1.1.

3.1.1.2. Výpočet hodnoty přízemní koncentrace plynného znečištění z liniového zdroje

Pro výpočet hodnoty přízemní koncentrace plynného znečištění z liniového zdroje je v předložené metodice používán vztah:

$$c(x_l, y_l, z_\tau) = \frac{KVDE_L}{2\sqrt{2\pi}u_s\sigma_z} \cdot \left[\operatorname{erf} \left(\frac{0,5 d_{kom} \sin \theta + y}{\sqrt{2}\sigma_y} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{0,5 d_{kom} \sin \theta - y}{\sqrt{2}\sigma_y} \right) \right]$$

K , V a D mají stejný smysl a vyjádření jako v případě bodových zdrojů ($K = 10^6$),

θ označuje úhel mezi liniovým zdrojem a směrem větru

$\operatorname{erf}(a)$ je tzv. chybová funkce (error function) argumentu a a bývá standardní součástí knihoven matematických podprogramů (viz např. [4]).

Uvedený vztah platí v soustavě souřadné spojené se směrem proudění, kdy počátek této soustavy je umístěn do středu liniového zdroje. Symbol d_{kom} označuje délku komunikace a je dán vztahem:

$$d_{kom} = ((X_l - X_2)^2 + (Y_l - Y_2)^2)^{0,5}$$

(X_l, Y_l) a (X_2, Y_2) označují konce liniového zdroje v absolutní soustavě (např. JTSK)

y je souřadnice referenčního bodu v soustavě souřadné spojené se směrem proudění.

θ označuje úhel, který spolu svírá směr proudění a liniový zdroj.

Způsob jeho určení úhlu θ je následující.

Nejprve se určí koeficienty A , B a C rovnice přímky $Ax + By + C = 0$, na níž leží liniový zdroj. Tyto koeficienty jsou:

$$\begin{aligned} A &= (Y_2 - Y_1) \\ B &= -(X_2 - X_1) \\ C &= Y_1(X_2 - X_1) - X_1(Y_2 - Y_1) \end{aligned}$$

Koeficienty A_w a B_w pro směr větru jsou rovny:

$$\begin{aligned} A_w &= -\cos(WD_{10}) \\ B_w &= -\sin(WD_{10}) \end{aligned}$$

WD_{10} označuje azimut větru podle větrné růžice z hladiny 10 m (standardní anemometrická výška).

Sinus úhlu θ je pak dán vztahem:

$$\begin{aligned} \cos(\theta) &= \frac{|A A_w + B B_w|}{d_{kom}} \\ \sin(\theta) &= (1 - \cos^2(\theta))^{0.5} \end{aligned}$$

Při výpočtu koncentrací působených v referenčním bodě (X_R, Y_R) (souřadnice v absolutní soustavě) liniovým zdrojem, je nutno splnit podmínky pro vzájemnou polohu referenčního bodu a liniového zdroje. Referenční bod při výpočtu nesmí ležet přímo ve zdroji nebo v jeho těsné blízkosti podél celé délky zdroje. Dále nemá smysl, obzvláště v podmínkách městské zástavby, počítat příspěvek liniového zdroje v referenčních bodech, jejichž vzdálenost od zdroje přesahuje určitou velikost.

Nejprve určíme souřadnice průsečíku osy komunikace a kolmice k ose vedené referenčním bodem.

$$\begin{aligned} x_p &= \frac{-\frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} X_1 + \frac{X_2 - X_1}{Y_2 - Y_1} X_R + Y_1 - Y_R}{\frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} - \frac{X_2 - X_1}{Y_2 - Y_1}} \\ y_p &= \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} x_p - \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} X_1 + Y_1 \end{aligned}$$

Následně spočteme vzdálenost referenčního bodu od osy vlečky. Potom:

- a) rozdíl souřadnice x referenčního bodu (v soustavě spojené s prouděním) a průmětu koncového závětrného bodu komunikace musí být menší než zadaná největší vzdálenost (v metodice je zadána hodnota 1000 m pro tuto horní mez),

$$x - \text{abs}(0.5 d_{kom} \cos(\theta)) < 1000$$

- b) rozdíl absolutní hodnoty souřadnice y referenčního bodu v systému spojeném s prouděním a veličiny $0,5 d_{kom} \sin \theta$ (tj. průmětu jednoho koncového bodu liniového zdroje na osu y v souřadné soustavě spojené s prouděním, přičemž se bere absolutní hodnota této veličiny) musí být menší než zadaná největší vzdálenost,

$$[abs(y) - abs(0.5 d_{kom} \sin(\theta))] < 1000$$

- c) v případě, že výpočetní bod leží přímo na komunikaci, je posunut na její okraj, přičemž y-ová vzdálenost bodu od středu komunikace je zachována, výpočet je potom proveden pro takto modifikovanou polohu referenčního bodu

Emisní tok ve výpočetní rovnici (při výše zmíněné hodnotě číselného koeficientu $K = 10^6$) vystupuje v jednotkách $\text{g.s}^{-1}.\text{m}^{-1}$. Výstupem je hodnota koncentrace v $\mu\text{g.m}^{-3}$.

3.1.1.3. Výpočet hodnoty přízemní koncentrace plynného znečištění z plošného zdroje

V případě výpočtu znečištění působeného plošným zdrojem v bodě, jenž se od tohoto zdroje nalézá v dostatečné vzdálenosti, je v předložené metodice použit vztah:

$$c(x, y, z_r) = \frac{KVDdE_p}{4\sqrt{2}u_s\sigma_z} \left[\text{erf}\left(\frac{r_o' + y}{\sqrt{2}\sigma_y}\right) + \text{erf}\left(\frac{r_o' - y}{\sqrt{2}\sigma_y}\right) \right]$$

K, V, D význam symbolů a vyjádření veličin, jež označují je totožný jako v předchozích případech
 E_p označuje emisní tok emitovaný plošným zdrojem a je dán v jednotkách g.s^{-1} .
 d označuje délku strany plošného zdroje (čtverce),
 r_o' je tzv. efektivní poloměr plošného zdroje, t.j. poloměr kružnice, která opisuje plochu rovnající se velikosti plochy čtvercového plošného zdroje o straně d ($r_o' = d/\sqrt{\pi}$).

Tento vztah platí v souřadné soustavě spjaté se směrem proudění, kdy počátek souřadnic se nalézá ve středu plošného zdroje a kladný směr osy x je totožný se směrem proudění. Při hodnotě $K = 10^6$ je výstupem koncentrace v jednotkách $\mu\text{g.m}^{-3}$.

Je-li vzdálenost mezi referenčním bodem a středem plošného zdroje tak malá, že referenční bod leží v těsném sousedství plošného zdroje nebo přímo v ploše zdroje, je nutno popsany postup modifikovat. Tato modifikace spočívá v rozdělení plošného emisního zdroje na jistý počet menších plošných zdrojů a s každým z těchto „subzdrojů“ lze pak zacházet jako s normálním plošným zdrojem, jen jeho velikost je patřičně zmenší. Z výpočtu se vyřadí ty subzdroje, pro které opět nejsou splněny příslušné podmínky. Výhodou je to, že se nezanedbá vliv celého původního plošného zdroje, ale pouze jeho určité části.

Podmínky na vzájemnou konfiguraci referenčního bodu a plošného zdroje, které musejí být splněny pro to, aby se v daném referenčním bodě počítal příspěvek od celého plošného zdroje nebo aby se muselo přistoupit k jeho rozdělení na menší části, lze shrnout následovně:

- Pro výpočet musí platit, že $(x - r_o') < 2500$ a současně $(abs(y) - r_o') < 1000$. Tato podmínka omezuje maximální vzdálenost, kam až může dosahovat vliv plošného zdroje. (x, y) jsou souřadnice referenčního bodu v soustavě spojené se směrem proudění.
- Je-li $x < (r_o' + d)$ a současně $x > (r_o' - 1)$, pak se plošný zdroj musí rozdělit, neboť referenční bod leží v příliš velké blízkosti, ale stále mimo něj. V tomto případě je v metodice zvoleno dělení na 9 menších plošných zdrojů (3×3 zdroje). Zavede se pomocný cyklus probíhající všech těchto 9 zdrojů, pro každý z těchto subzdrojů se nově

počítají rozptylové parametry σ_y a σ_z a znovu se testuje, zda jsou splněny příslušné podmínky a) až c). Nesplnění podmínek pro některý z těchto subzdrojů tentokrát znamená jeho úplné vyřazení z výpočtu.

- c) Platí-li, že $x < (r_0' + 1)$, to znamená, že referenční bod leží v ploše plošného zdroje nebo těsné blízkosti. Pro tento případ je zavedeno dělení na 16 subzdrojů (4×4 zdroje). Dále platí totéž, co bylo uvedeno v bodě b).

3.1.2. Znečištění suspendovanými částicemi (tuhý aerosol)

V případě výpočtu znečištění suspendovanými (prašnými) částicemi (tuhým aerosolem) lze použít vztahy uvedené v kapitole 3.1.1. s tím rozdílem, že ve všech těchto vztazích je nutno použít jiné vyjádření pro vertikální člen V . Dále se v předložené metodice předpokládá, že pro tento typ znečištění je člen D parametrizující odstraňování emitované látky z atmosféry roven jedné, neboť rozdílné rychlosti sedimentace jednotlivých frakcí tuhého aerosolu, na něž je celková emise pevných částic rozdělena (viz kapitola 2.1.5.) jsou zahrnuty právě v odlišném vertikálním členu.

Vertikální člen pro n -tou frakci tuhého aerosolu má vyjádření:

$$V = \phi_n \left\{ 2 \cdot \exp \left[-0.5 \left(\frac{z_T - (H_{ef} - h_v)}{\sigma_z} \right)^2 \right] \right\}$$

- ϕ_n je podíl množství n -té hmotnostní frakce na celkovém množství pevného aerosolu (číslo z intervalu 0–1, které, násobeno 100, udává procentuelní zastoupení n -té frakce v celkovém množství emitované látky),
 h_v = $v_{sn}x/u_s$ udává korekci výšky vlečky pro sedimentační rychlost v_{sn} n -té frakce,
 u_s je rychlost větru ve výšce ústí emisního zdroje,
 x je x -souřadnice referenčního bodu v souřadné soustavě spojené se směrem proudění.

3.1.3. Určení hodnot krátkodobých a ročních průměrných koncentrací oxidu dusičitého

Model je možné použít i k výpočtu přízemních koncentrací oxidu dusičitého (NO_2). Způsob výpočtu přízemních koncentrací NO_2 , a to jak krátkodobých hodnot (tj. analogu hodinových průměrů) tak i dlouhodobých (ročních) průměrných koncentrací, jež je popsán v této části, vychází ze vztahu uvedeného dále a byl navržen ing. Pospíšilem a ing. Vídenem z Ústavu technologie ropy a petrochemie VŠCHT v Praze (ústní komunikace). Popis metodiky výpočtu je uveden pro případ jednoho zdroje libovolného typu v jednom referenčním bodě. Velikost $\text{IH}_k \text{NO}_2$ způsobená v daném referenčním bodě všemi přispívajícími zdroji při daném směru proudění je pak rovna sumě příspěvků od těchto jednotlivých zdrojů.

Pro výpočet přízemní koncentrace NO_2 se vychází z výpočtu přízemní koncentrace NO_x , avšak ve vstupních datech musí být zadán emisní poměr NO_2/NO_x (označený jako $e\text{NO}_2$) a tento poměr je nutno znát pro každý jednotlivý zdroj. Pro vozidla se hodnota $e\text{NO}_2$ pohybuje v rozmezí 0,005 – 0,3. To znamená, že pro každý dopravní zdroj (parametrizovaný

prostřednictvím liniového nebo plošného zdroje) je nutné na základě spektra vozidel určit příslušnou hodnotu eNO_2 . Dále je nutné znát hodnotu eNO_2 i pro ostatní typy zdrojů (tj. bodové zdroje – jednotlivé komíny, lokální vytápění atd.). Není-li hodnota eNO_2 pro některý zdroj známa, potom se jako „default“ velikost tohoto poměru bere hodnota $eNO_2 = 0,05$.

Na základě již dříve určené hodnoty x (vzdálenost zdroje a referenčního bodu v soustavě spojené s prouděním) a velikosti rychlosti proudění v úrovni ústí zdroje u_s je, při daném směru proudění, nejprve určena hodnota proměnné $time$, tj. času nutného k překonání vzdálenosti x při rychlosti proudění u_s .

$$time = \frac{x}{u_s}$$

Hodnota této proměnné je spolu s hodnotou poměru eNO_2 potřebná pro výpočet veličiny iNO_2 , tj. imisního poměru NO_2/NO_x , jenž říká, jak velký zlomek z původně emitovaného NO_x se transformuje na NO_2 během přenosu od zdroje do referenčního bodu. Označíme-li koncentraci NO_x jako c_{nox} a koncentraci NO_2 jako c_{no2} , pak platí, že

$$c_{no2} = iNO_2 \cdot c_{nox}$$

Velikost iNO_2 se určí pomocí výrazu

$$iNO_2 = fa(time) + (limNO_2 - 0,75) \cdot fb(time) + eNO_2 \cdot fc(time)$$

v němž funkce fa , fb a fc jsou níže uvedené výrazy závislé na čase (proměnná $time$)

$$fa(time) = \sqrt{\frac{a + c \cdot time^2 + e \cdot time^4}{1 + b \cdot time^2 + d \cdot time^4 + f \cdot time^6}}$$

kde platí, že

$$\begin{aligned} a &= 8,62 \cdot 10^{-5} & b &= 2,56 \cdot 10^{-4} & c &= 1,26 \cdot 10^{-4} \\ d &= 2,55 \cdot 10^{-11} & e &= 1,43 \cdot 10^{-11} & f &= -1,94 \cdot 10^{-21} \end{aligned}$$

$$fb(time) = \frac{a + c \cdot time + e \cdot time^2 + g \cdot time^3 + i \cdot time^4 + k \cdot time^5}{1 + b \cdot time + d \cdot time^2 + f \cdot time^3 + h \cdot time^4 + j \cdot time^5}$$

kde platí, že

$$\begin{aligned} a &= -4,67 \cdot 10^{-3} & b &= -5,89 \cdot 10^{-3} & c &= -2,52 \cdot 10^{-2} \\ d &= 1,27 \cdot 10^{-4} & e &= 1,82 \cdot 10^{-4} & f &= -4,52 \cdot 10^{-7} \\ g &= -4,19 \cdot 10^{-7} & h &= 6,32 \cdot 10^{-10} & i &= 3,03 \cdot 10^{-10} \\ j &= 3,64 \cdot 10^{-14} & k &= 6,18 \cdot 10^{-14} \end{aligned}$$

$$fc(time) = \frac{1}{a + b \cdot time + c \cdot time^2}$$

kde platí, že

$$a = 1,061210195 \quad b = 2,21 \cdot 10^{-2} \quad c = 6,85 \cdot 10^{-5}$$

Veličina $limNO_2$ je limitní hodnota imisního poměru NO_2/NO_x . Tato limitní hodnota pro $time > 10000$ s se v závislosti na meteorologických podmínkách a ročním období pohybuje

v intervalu od 0,75 pro letní období do 0,95 v zimě. Vzhledem k tomu, že pro jinak stejné parametry se hodnota iNO_2 liší pro zimní a letní období (různé hodnoty $limNO_2$), a dále vzhledem k tomu, že při výpočtu $IH_k NO_2$ se určují maximálně možné dosahované koncentrace, pak pro další výpočet za výslednou hodnotu iNO_2 v modelu považujeme větší z obou hodnot $iNO_2^{zimní}$, $iNO_2^{letní}$. Je-li splněna podmínka, že $time > 10000$ s, pak hodnotu iNO_2 pokládáme rovnu 0,95.

Při určování roční průměrné koncentrace NO_2 v daném bodě se použije vypočtená hodnota roční průměrné koncentrace NO_x působená daným zdrojem v příslušném referenčním bodě pro daný směr proudění (zahrnuta četnost proudění z daného směru a provozní doba zdroje – viz 3.3.4.), ta se vynásobí roční průměrnou hodnotou iNO_2 určenou jako průměr hodnot $iNO_2^{zimní}$ a $iNO_2^{letní}$

$$iNO_2 = 0,5 \cdot (iNO_2^{zimní} + iNO_2^{letní}).$$

Celkový průměrný roční příspěvek daného zdroje k roční průměrné koncentraci NO_2 v daném referenčním bodě se získá postupným opakováním uvedeného postupu přes všechny sektory, na něž je rozdělena větrná růžice. Celková hodnota roční průměrné koncentrace NO_2 v daném referenčním bodě působená všemi zdroji je rovna sumě příspěvků od všech emisních zdrojů, které jsou v modelovém výpočtu zahrnuty, a kdy velikost příspěvku od každého jednotlivého zdroje je určena výše popsáním způsobem.

3.2. Definice parametrů a proměnných

3.2.1. Použitá souřadnicová soustava

3.2.1.1. Horizontální souřadnicový systém

Výpočet koncentrací znečišťující látky, tj. základní veličiny od níž se pak odvozují další charakteristiky, probíhá v kartézském souřadnicovém systému spojeném se směrem proudění. Horizontální souřadnice bodových emisních zdrojů, konců liniových zdrojů a středů plošných zdrojů stejně jako souřadnice referenčních bodů jsou zadány v pevném pravoúhlém souřadnicovém systému (např. Křovákovo systému souřadném nebo v systému JTSK). Dále budeme nazývat tento systém jako obecný (souřadnicový) systém. Systém, v němž probíhá výpočet pak budeme označovat jako systém nebo souřadnice spojené s prouděním (přirozená souřadnicová soustava). Z tohoto důvodu je nutné obecné souřadnice zdroje i referenčního bodu transformovat do systému spojeného s prouděním.

Jak již bylo řečeno dříve, systém spojený s prouděním je určen tak, že kladný směr osy x míří ve směru proudění, kladný směr osy y míří vlevo od osy x , takže orientace os odpovídá pravotočivému systému. Počátek souřadnicového systému spojeného s prouděním se nalézá v emisním zdroji (tj. v bodovém zdroji, středu liniového zdroje nebo středu plošného zdroje). Odtud plyne, že emisní zdroj má v souřadnicovém systému spojeném s prouděním vždy souřadnice $(0,0)$. Transformační vztahy mezi oběma systémy mají vyjádření:

$$\begin{aligned} x &= -(X_R - X_p) \sin(WDI_z) - (Y_R - Y_p) \cos(WDI_z) \\ y &= (X_R - X_p) \cos(WDI_z) - (Y_R - Y_p) \sin(WDI_z) \end{aligned}$$

- (x, y) jsou souřadnice referenčního bodu v soustavě spojené s prouděním, v němž určujeme velikost koncentrace
 (X_p, Y_p) označuje souřadnice emisního zdroje v základní souřadné soustavě
 (X_R, Y_R) jsou souřadnice referenčního bodu v základní souřadné soustavě,
 WDI_z označuje azimut rychlosti proudění (severní vítr = vítr vanoucí ze severu, pak $WDI_z = 0^\circ$).

3.2.1.2. Vertikální souřadnice

Vertikální souřadnice z nepotřebuje žádnou obdobnou transformaci jako souřadnice horizontální, přesto se však o ní musíme zmínit, neboť vzájemné vztahy mezi nadmořskými výškami emisních zdrojů a referenčních bodů poskytují jistou možnost jak alespoň minimálním způsobem zahrnout nerovinnou orografii do tohoto typu modelů.

Jak již bylo uvedeno, u každého emisního zdroje známe jeho nadmořskou výšku (tj. nadmořskou výšku paty komína, nadmořskou výšku konců liniového zdroje a tudíž i nadmořskou výšku jeho středu i nadmořskou výšku středu plošného zdroje). V případě liniového zdroje předpokládáme, že sklon komunikace je konstantní podél celého zdroje, v případě plošného zdroje pak předpokládáme, že nadmořská výška celé plochy tohoto typu zdroje je konstantní a má tudíž nadmořskou výšku jako jeho střed (další možností je ovšem zadávat průměrnou výšku za celý plošný zdroj). Dále u každého bodového zdroje je známa jeho stavební výška, u plošného zdroje parametrizujícího lokální vytápění je pak dána průměrná stavební výška všech malých emisních zdrojů nalézajících se v příslušném čtverci plošného zdroje. Dopravní zdroje mají stavení výšku rovnu nule.

První z metod, jak zahrnout vliv orografie spočívá ve využití více větrných růžic. Tak lze, alespoň částečně, postihnout deformaci pole proudění v horizontální rovině. Ve vertikální rovině je vliv orografie parametrizován následovně (viz kapitola 3.2.1.2.).

Nechť z_R označuje výšku referenčního bodu (součet nadmořské výšky a výšky bodu nad terénem) a z_p označuje nadmořskou výšku zdroje (např. paty komína). Pak hodnota vertikální souřadnice z_T , která určuje hladinu, v níž se počítá koncentrace znečištění vystupující ve vertikálních členech jak pro plynné znečištění tak pro tuhý aerosol, je dána následujícím vztahem:

$$z_T = \begin{cases} (z_R - z_p) & \text{pro } 0,8H_{ef} \geq (z_R - z_p) > 0 \\ 0,8H_{ef} & \text{pro } (z_R - z_p) > 0,8H_{ef} \\ 0 & \text{pro } (z_R - z_p) \leq 0 \end{cases}$$

H_{ef} označuje korigovanou efektivní výšku emisního zdroje (viz 3.2.2.).

3.2.2. Další postižení vlivu vertikální členitosti terénu

Další úprava spočívá v parametrizaci vlivu terénních nerovností na efektivní výšku H_{ef} zdroje. Nechť opět platí že $(z_R - z_p) > 0$. Pak se k vypočtené hodnotě efektivní výšky pro rovinný terén H_{ef0} přičte korekční člen $T_{stab}(z_R - z_p)$, v němž jsou hodnoty číselného parametru T_{stab} závislé na vertikální teplotní stabilitě podle následující tabulky:

Tab. 4 Zohlednění vlivu terénu – parametr T_{stab}

Třída stability	superstabilní	stabilní	izotermní	normální	konvektivní
T_{stab}	0,0	0,1	0,2	0,5	0,9

Vyjádření efektivní výšky emisního zdroje pak má vyjádření:

$$H_{ef} = H_{ef0} + T_{stab}(z_R - z_p) = h_s + \Delta H + T_{stab}(z_R - z_p)$$

h_s označuje stavební výšku zdroje

ΔH vznos zdroje

Uvedený přístup není aplikovatelný na dopravní zdroje, neboť u této skupiny zdrojů se nepočítá vznos, ale uvažuje se počáteční rozptyl, jenž závisí na vertikální teplotní stabilitě.

3.2.3. Určení efektivní výšky zdroje

Efektivní výška zdroje (= stavební výška zdroje + vznos vlečky) se určuje pro všechny skupiny zdrojů vyjma liniových zdrojů. Stavební výška každého zdroje je konstantní veličina načítaná ze vstupních dat, takže pomocí modelu zbývá určit vznos zdroje. Ten může být buď postupný nebo okamžitý. V předložené metodice je použit výpočet pro postupný vznos podle metody navržené v [5].

K výpočtu postupného vznosu vlečky byl zvolen následující postup (viz [5]). Nejprve se pomocí známého „vzorce čtyř autorů“, tj. vztahu Lucase, Pristleye, Spurra a Moora (např. [1]), určí stabilizovaná efektivní výška vlečky H_{ef0} , tj. výška, která je nad rovinným terénem již konstantní:

$$H_{ef0} = h_s + \Delta H = h_s + \frac{f Q_S^{1/4}}{u_s}$$

Q_S udává tepelnou vydatnost spalin [MW],

u_s je rychlost okolního proudění [m.s^{-1}] v úrovni koruny komína

f je číselný parametr, jehož hodnota byla na základě měření stanovena následovně:

$$f = 0,25 \begin{cases} 100 & \text{pro } h_s < 100\text{m} \\ (1,5h_s - 50) & \text{pro } h_s \geq 100\text{m} \end{cases}$$

Hodnoty parametru f byly původně určeny pro velké elektrárenské a průmyslové zdroje a jsou-li tyto hodnoty použity ve vztahu pro ΔH , dochází podle našeho názoru k nadhodnocení vznosu vlečky u většiny neelektrárenských emisních zdrojů. Na základě porovnávání vypočítaných a měřených hodnot přízemní koncentrace znečištění v určitých bodech byl ve výpočtu f použit korekční faktor 0,25.

Než vlečka této výšky dosáhne, urazí jistou vzdálenost x_0 od emisního zdroje. Velikost této vzdálenosti je funkcí rychlosti proudění a vertikální teplotní stability:

$$x_0 = \left(\frac{20}{3}\right) L_b \Delta H \left(\frac{h_s + \Delta H}{2}\right)^a$$

kde velikosti parametrů L_b a a udávají následující tabulky:

Tab. 5 Postupný vznos vlečky – parametr L_b

Třída rychlosti	1,7 ms ⁻¹	5,0 ms ⁻¹	11,0 ms ⁻¹
Velikost parametru L_b	0,09	0,41	1,2

Tab. 6 Postupný vznos vlečky – koeficient a

Třída stability	superstabilní	stabilní	izotermní	normální	konvektivní
Koeficient a	0,33	0,25	0,18	0,14	0,10

Platí-li, že souřadnice x referenčního bodu je menší než hodnota x_0 , pak se vznos ΔH vlečky určí ze vztahu:

$$\Delta H = \frac{f Q_s^{1/4}}{u_s} \left(\frac{x}{x_0}\right)^{2/3}$$

Pro $x \geq x_0$ platí:

$$\Delta H = \frac{f Q_s^{1/4}}{u_s}$$

Tímto způsobem se určí efektivní výška zdroje (tj. vznos + stavební výška) pro rovinný terén a v předchozí části 3.2.2. je uvedena modifikace efektivní výšky v případě terénních nerovností.

V případě plošných zdrojů s nulovou stavební výškou (např. dopravní zdroje) je uvažována efektivní výška rovna počáteční hodnotě vertikálního rozptylu σ_{z0} (viz Tab. 9).

3.2.4. Určení rychlosti a směru větru

3.2.4.1. Vztah pro vertikální profil velikosti rychlosti větru

V řadě uvedených vztahů vystupuje rychlost v úrovni výšky koruny komína. Tuto rychlost získáme z Deaconova mocninného profilu větru:

$$u(z) = \begin{cases} u(z_p) & \text{pro } z \leq z_p \\ u(z_p) \left(\frac{z}{z_p}\right)^a & \text{pro } z > z_p \end{cases}$$

kde $u(z_p)$ je třídí rychlost v anemometrické výšce $z_p = 10$ m nad úrovní terénu. Hodnota exponentu a závisí na stabilitě vertikálního teplotního zvrstvení podle nás ledující tabulky:

Tab. 7 Vertikální profil rychlosti proudění – koeficient a

Třída stability	superstabilní	stabilní	izotermní	normální	konvektivní
Koeficient a	0,33	0,25	0,18	0,14	0,10

Jak již bylo uvedeno dříve, minimální rychlost, kterou je možno pro výpočty pomocí této metodiky uvažovat, je rychlost 1 ms^{-1} . Tato poznámka platí pro případ, že by se ve vztahu pro Deaconův profil používalo jiné výchozí hodnoty rychlosti než jsou třídí rychlosti standardně používané.

3.2.4.2. Změna směru rychlosti větru s výškou

V předložené metodice se předpokládá stáčení větru o hodnotu 4° na každých 100 m výšky ve směru hodinových ručiček, a to bez ohledu na stabilitní a další poměry v atmosféře. Pro azimut proudění $[\circ]$ ve zvolené výšce z :

$$WDI_z = \begin{cases} WD_{10} + \frac{z-10}{25} & \text{pro } z > 10\text{m} \\ WD_{10} & \text{pro } z < 10\text{m} \end{cases}$$

WDI_z je azimut proudění v dané hladině z
 WD_{10} je azimut v hladině 10 m nad terénem.

Pro výpočet na počítači je nutno veličiny WDI_z i WD_{10} udávat v radiánech. Vyjde-li výsledek WDI_z , jeho přepočtení na radiány je jednoduše proveditelné:

$$WDI_z [\text{rad}] = WDI_z [^\circ] \cdot \pi / 180$$

π je Ludolfovo číslo

Určení stočeného směru větru s výškou není aplikováno na vzdálené bodové zdroje, pro něž je doporučeno používat speciálně vytvořenou větrnou růžici z aerosondážních dat (viz kapitola 2.2.). Dále se tato procedura nevztahuje na dopravní zdroje.

Stočení směru rychlosti proudění je počítáno pro výšku koruny komína u bodových zdrojů a pro průměrnou stavební výšku plošného zdroje parametrizujícího lokální vytápění.

3.2.5. Rozptylové parametry

Pomocí rozptylových parametrů σ_y a σ_z je popsáno rozložení koncentrace v rovině kolmé na směr proudění. Parametr σ_y popisuje „rychlost“ rozšiřování vlečky (turbulentní difúzi znečištění) ve směru y (v soustavě spojené se směrem proudění) a parametr σ_z udává totéž pro vertikální směr. Vyjádření rozptylových parametrů obsahuje řadu korekcí, které se uplatňují zejména v blízkosti emisních zdrojů. To proto, že tato metodika byla vyvinuta pro výpočet

prostorového rozložení znečištění v městských oblastech, kde se může vyskytovat turbulence působená řadou vlivů i při velmi stabilním teplotním zvrstvení a znečištění je intenzivně rozptylováno již v okamžiku, jakmile opustí emisní zdroj. Použité korekce by měly tento děj parametrizovat.

3.2.5.1. Rozptylové parametry pro bodové zdroje

Hodnota rozptylových parametrů je dána následujícími výrazy:

$$\log_{10}(\sigma_y) = A_y \log_{10}[\max(1, x/100)]^{B_y} + C_y$$

$$\sigma_z = A_z \cdot x^{B_z}$$

x označuje vzdálenost emisního zdroje do průmětu referenčního bodu na ose x .

Hodnoty použitých koeficientů A_y , B_y , C_y , A_z a B_z jsou funkcemi vertikální teplotní stability a jejich velikost je uvedena v tabulce:

Tab. 8 Koeficienty pro výpočet rozptylu

Třída stability	A_y	B_y	C_y	A_z	B_z
Superstabilní	0,9189	0,9780	0,7482	0,2694	0,5950
Stabilní	0,9112	0,9909	0,8388	0,2779	0,6510
Izotermní	0,9166	0,9912	0,9191	0,2630	0,7130
Normální	0,9208	0,9904	0,5052	0,2390	0,7870
Konvektivní	0,9272	0,9706	1,1818	0,1782	0,9710

Protože by v malých vzdálenostech od emisního zdroje mohla být vlečka příliš kompaktní, byl použit korekční faktor jak pro hodnotu σ_y tak σ_z , jenž „rozmyje“ vlečku v horizontálně příčném směru a zvětší rozptyl ve vertikálně příčném směru. Korekční faktor pro hodnotu σ_y má vyjádření:

$$\sigma_{y0} = x \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{\text{sektor}})$$

kde α_{sektor} je velikost sektoru, na něž je při výpočtu rozdělena větrná růžice (ve standardním výpočtu je uvažováno 48 směrů, tj. $\alpha_{\text{sektor}} = 7,5^\circ$). Tato hodnota se přičítá k hodnotě σ_y vypočtené pomocí výše uvedené logaritmické rovnice. Kromě tohoto aditivního korekčního faktoru se ještě vyžaduje splnění podmínky:

$$\text{pro } \sigma_y \leq 10 \quad \sigma_y = 10$$

Korekce pro vertikální rozptyl σ_z v blízkosti zdroje, kde je hodnota rozptylového parametru malá, je dána podmínkou:

$$\text{pro } \sigma_z \leq \sigma_0 \quad \sigma_z = \sigma_0$$

kde σ_0 závisí na vertikální teplotní stabilitě podle následující tabulky:

Tab. 9 Parametr σ_0 pro stanovení počátečních podmínek rozptylu

Třída stability	Hodnota σ_0 [m]
Superstabilní	1,5
Stabilní	1,5
Izotermní	1,5
Normální	3,0
Konvektivní	5,0

3.2.5.2. Rozptylové parametry pro liniové zdroje

Základní vztahy pro výpočet rozptylových parametrů pro liniové zdroje jsou tytéž jako u bodových zdrojů – logaritmická rovnice pro σ_y a exponenciální vztah pro σ_z . Před tím, než bude metodika výpočtu rozptylových parametrů liniového zdroje podrobně popsána, je nutno se definovat tzv. virtuální vzdálenost x_{virt} .

Virtuální vzdálenost pro rozptylový parametr σ_y je taková vzdálenost x_{Yvirt} , měřená proti směru proudění od středu liniového zdroje, ve které by ležel fiktivní bodový zdroj, jehož horizontální příčný rozptyl v místě liniového zdroje by byl právě roven σ_y . Obdobně lze definovat i virtuální vzdálenost x_{Zvirt} pro vertikální rozptyl σ_z . Obecně se tyto dvě vzdálenosti nemusejí rovnat.

Pro liniové zdroje uvažujeme počáteční hodnoty rozptylových parametrů σ_{y0} a σ_{z0} , které jsou dány vztahy:

$$\sigma_{y0} = d / 2,15$$

$$\sigma_{z0} = \max(\sigma_0, d / 4,3)$$

kde d označuje šířku pojezdového pruhu.

a velikost parametru σ_0 závisí na typu vertikálního teplotního zvrstvení podle Tab. 9.

Virtuální vzdálenost x_{Yvirt} se následně určí ze vztahu:

$$x' = \frac{\log_{10}[\max(1, \sigma_{y0}) - C_y]}{A_y}$$

$$\text{pro } x' < 0 \quad x_{Yvirt} = 100$$

$$\text{jinak} \quad x_{Yvirt} = 10^{(2+x')}, \quad \text{kde } x'' = x'^{1/B_y}$$

V logaritmické rovnici pro σ_y je pak uplatněna následující modifikace:

$$\log_{10} \sigma'_y = A_y \log_{10} [\max(1, (x + x_{Yvirt}) / 100)]^{B_y} + C_y$$

$$\sigma_y = \sigma'_y + \sigma_{y0}$$

Pro malé vzdálenosti od emisního zdroje musí být splněna ještě podmínka:

$$\text{jestliže } \sigma_y < 10 \quad \text{pak } \sigma_y = 10$$

Obdobně se určí i virtuální vzdálenost pro vertikální rozptyl σ_z :

$$x_{Zvirt} = (\sigma_{z0} / A_z)^{1/B_z}$$

$$\sigma'_z = A_z (x + x_{Zvirt})^{B_z}$$

jestliže $\sigma'_z < \sigma_{z0}$ pak $\sigma'_z = \sigma_{z0}$

$$\sigma_z = \sigma'_z + \sigma_{z0}$$

tedy výsledná hodnota rozptylového parametru pro vertikální rozptyl je dána jako součet počáteční hodnoty rozptylového parametru a vypočtené velikosti σ'_z závislé na souřadnici x referenčního bodu a virtuální vzdálenosti.

3.2.5.3. Rozptylové parametry pro plošné zdroje

Metodika výpočtu rozptylových parametrů pro plošné zdroje je analogická metodě výpočtu pro liniové zdroje. Odlišuje se pouze ve způsobu stanovení počáteční hodnoty rozptylu σ_{z0} a σ_{y0} a ve způsobu stanovení virtuální vzdálenosti. Plošné zdroje mohou mít, na rozdíl od liniových nenulovou stavební výšku, a to v případě parametrizace lokálního vytápění (pro dopravní plošné zdroje je stavební výška nulová).

Výpočet počátečních hodnot rozptylu se provádí podle následujících vztahů:

$$\sigma_{y0} = d / 4,3$$

$$\sigma_{z0} = \sigma_0 \quad (\text{pro dopravní plošné zdroje})$$

$$\sigma_{z0} = h_s / 2,15 \quad (\text{pro ostatní plošné zdroje})$$

d označuje délku strany čtverce plošného zdroje,
 h_s stavební výšku plošného zdroje

Virtuální vzdálenosti pro parametrizaci rozptylu se počítají způsobem uvedeným v kapitole 3.2.5.2. Vypočtené hodnoty jsou následně zmenšeny o hodnotu efektivního poloměru plošného zdroje r'_0 .

Další způsob výpočtu je totožný s výpočtem rozptylových parametrů u liniových zdrojů.

3.2.6. Zahrnutí vlivu depozice a transformace znečišťujících látek

Člen označený symbolem D ve vztazích pro výpočet koncentrace plyných látek působené všemi typy zdrojů (tj. bodovými, liniovými či plošnými) parametrizuje odstraňování znečišťujících látek z atmosféry v důsledku depozice (sedimentace znečištění na zemském povrchu), chemických transformací a reakcí (**pozor:** neznamena to však, že by tento typ modelů umožňoval zahrnout chemické reakce do výpočtu, pomocí tohoto členu je pouze parametrizován úbytek té části emitovaného znečištění, která se v důsledku chemických reakcí transformovala v jinou sloučeninu a nepřispívá tudíž již k hodnotě koncentrace znečištění v referenčním bodě).

Člen D má vyjádření:

$$D = \exp\left(koef \frac{x}{u_s}\right)$$

koeficient $koef$ má rozměr $[\text{čas}^{-1}]$ a platí pro něj vztah:

$$koef = \frac{0,693}{T_{1/2}}$$

Poločas zániku příslušného znečištění $T_{1/2}$ se udává v sekundách (např. pro SO_2 je $T_{1/2} = 4$ hod (= 14 400 s) v podmínkách městské zástavby, což znamená $koef = 0.0000481 \text{ s}^{-1}$). Pro znečištění s dlouhou rezidentní dobou v atmosféře se hodnota $koef \rightarrow 0$ a $D \rightarrow 1$. Poločasy odstraňování jsou v modelu předdefinovány s výjimkou výpočtu koncentrací organických látek.

3.2.7. Sedimentační rychlost pevných částic

V případě výpočtu koncentrace tuhého aerosolu (prachových částic):

1. člen $D = 1$,
2. vertikální člen je vyjádřen pomocí vztahu, v němž vystupují velikosti sedimentačních rychlostí pro jednotlivé frakce, na něž je celková emise prašných částic rozdělena.

Každá z frakcí je charakterizována charakteristickým průměrem d částic dané frakce podle vztahu (viz [6]):

$$d = \left[0.25 \left(d_1^3 + d_1^2 d_2 + d_1 d_2^2 + d_2^3\right)\right]^{1/3}$$

d_1 a d_2 je spodní, resp. horní mez dané velikostní frakce.

Charakteristické velikosti pro přednastavené rozdělení primárních emisí prachových částic jsou uvedeny v tabulce v Tab. 1.

Sedimentační rychlost n -té frakce v_{sn} se pak určí ze vztahu (viz např. [5]):

$$v_{sn} = \frac{2\rho g r^2}{9\mu}$$

ρ	představuje hustotu prachové částice,
g	je tíhové zrychlení,
r	(= $d/2$) poloměr prachové částice (pro jednoduchost se předpokládá, že prachové částice mají kulový tvar)
μ	je dynamická viskozita vzduchu.

V důsledku rozdílných velikostí sedimentačních rychlostí v_{sn} pro jednotlivé frakce, na něž je celková emise tuhého aerosolu (prachových částic) rozdělena, se z jednoho emisního zdroje pro jeden směr rychlosti proudění dostává vlastně tolik dílčích vleček, na kolik frakcí je emise tuhého aerosolu z daného zdroje rozdělena. Osa každé z těchto dílčích vleček je skloněna pod

určitým úhlem k zemskému povrchu, nejmenší úhel s povrchem svírá vlečka odpovídající nejjemnější frakci, největší pak vlečka pro nejhrubší frakci.

3.3. Výpočet hlavních charakteristik znečištění ovzduší

Předložená metodika umožňuje v referenčním bodě výpočet následujících hlavních charakteristik znečištění ovzduší působených emisním bodovými, liniovými a plošnými zdroji. Nicméně je nutno uvést, že primární charakteristika, od níž se vše další odvíjí, je hodnota koncentrace v referenčním bodě určená pomocí výše zmíněných vztahů v části 3.1.

Pod hlavními charakteristikami znečištění ovzduší rozumíme:

- maximální krátkodobou koncentraci znečišťujících látek v daném referenčním bodě pro každou možnou kombinaci třídy vertikální teplotní stability a třídy rychlosti proudění,
- absolutní maximální hodnotu krátkodobé koncentrace znečišťujících látek v daném referenčním bodě bez ohledu na třídu vertikální teplotní stability a třídu rychlosti proudění,
- průměrnou roční koncentraci,
- určení doby překročení krátkodobého imisního limitu (IH_k) v daném referenčním bodě pro časové údobí jednoho kalendářního roku.

Před uvedením popisů výpočtu charakteristik znečištění ovzduší se ještě zmíníme o nutnosti úpravy základních větrných růžic. V základním datovém vstupu bývá větrná růžice (relativní četnosti proudění v % z jednotlivých sektorů pro dané třídy rychlosti a vertikální teplotní stability a bezvětří) zadána pro 8, resp. 16 základních směrů a bezvětří. Toto dělení je však příliš hrubé. Při přepočtu na nové, jemnější dělení lze postupovat podle následujícího algoritmu. Ve standardním výpočtu podle metodiky ATEM se používá dělení růžic na 48 směrů.

Mějme větrnou růžici dělenou podle tříd rychlosti proudění a stability pro 8 základních směrů rychlosti proudění a bezvětří, tj. šířka sektoru růžice $\alpha_{sekt} = 45^\circ$ (v případě 16 dílné růžice $\alpha_{sekt} = 22,5^\circ$). Dále je zadána relativní četnost výskytu bezvětří. Nejprve se rozpočte četnost výskytu bezvětří do všech směrů základní růžice, a to pro 1. třídu rychlosti proudění v každé třídě stability podle poměru četností. Četnosti $cet_{stab, rych}(\alpha)$ pro $\alpha \in \langle \alpha_1, \alpha_2 \rangle$ pro podrobnější dělení větrné růžice se pak určí následujícím způsobem:

$$cet_{stab, rych}(\alpha) = \frac{1}{100\alpha_{sekt}} \left[cet_{stab, rych}(\alpha_1) + (\alpha - \alpha_1) \frac{cet_{stab, rych}(\alpha_2) - cet_{stab, rych}(\alpha_1)}{\alpha_{sekt}} \right]$$

α_1 a α_2 označují směry větru v sousedních sektorech původní větrné růžice ($\alpha_1 - \alpha_2 = \alpha_{sekt}$),

$cet_{stab, rych}(\alpha_1)$ a $cet_{stab, rych}(\alpha_2)$ označují četnosti ve směrech α_1 a α_2 původní růžice

α je směr větru odpovídající novému dělení podrobné větrné růžice.

Takto určená hodnota relativní četnosti pro nové dělení větrné růžice bude číslo z intervalu $\langle 0,1 \rangle$ (chceme-li výsledek v %, pak zlomek před závorkou bude pouze $1/\alpha_{sekt}$).

3.3.1. Výpočet charakteristik v libovolně zadaném bodě

Aplikace uvedených formulí pro jeden referenční je základ jakéhokoliv výpočtu. Metodiku je možno využít pro výpočet výše zmíněných hlavních charakteristik (i dalších veličin, které budou rozebrány v kapitole 3.3.2.) pouze v jednom libovolně zadaném bodě, kdy vstupní informace pro referenční bod jsou popsány v části 2.3. V tomto ohledu se přístup neliší od případů, kdy se výpočet aplikuje na síť pravidelně či nepravidelně rozmístěných bodů, protože vždy se nejprve vypočtou údaje pro jeden referenční bod a pak se přistupuje k výpočtu pro další referenční bod. Toho je možno využít v případě, kdy kromě hodnot určených v zadané pravidelné síti bodů chceme navíc znát podrobnější informace o stavu kvality ovzduší v určitých vybraných bodech, které nejsou totožné s body pravidelné sítě.

3.3.2. Výpočet charakteristik v pravidelné síti bodů

Ke stanovení prostorového rozložení charakteristik znečištění ovzduší je nutno znát vypočtené hodnoty koncentrací ze sítě bodů. Způsob uspořádání sítě je libovolný, záleží zejména na povaze řešené úlohy a dalším zpracování dat. Jak bylo uvedeno v předchozím odstavci, celý výpočet je koncipován tak, že se nejprve spočtou charakteristiky v jednom referenčním bodě od všech zdrojů, jež jsou do dat zahrnuty, a poté se přistupuje k výpočtu pro následující referenční bod. Cyklus přes jednotlivé referenční body tvoří vnější cyklus modelového výpočtu. Zde je na místě připomenout, že s počtem emisních zdrojů narůstá i délka výpočtu informací pro jeden referenční bod, takže je-li oblast pokryta větším množstvím referenčních bodů a do výpočtu jsou zahrnuty informace o větším počtu emisních zdrojů všech typů, může výpočet trvat řadu hodin.

3.3.3. Výpočet maximálních krátkodobých hodnot koncentrací

Mějme K_{MAX} referenčních bodů a I_{MAX} emisních zdrojů rozdělených do N skupin (např. velké bodové zdroje ležící mimo výpočetní oblast – pro ně je k výpočtu zapotřebí speciální růžice pro dálkový přenos, místní bodové zdroje, liniové zdroje a plošné zdroje – lokální vytápění a dopravní zdroje). Dále mějme k dispozici $N_{oblast} + 1$ větrných růžic (tj. minimálně dvě, chceme-li postihnout vliv vzdálených zdrojů a pro popis větrného režimu v modelové oblasti stačí jen jedna růžice – plochý terén). Pak v každém referenčním bodě můžeme pomocí vztahů uvedených v části 3.1. určit maximální krátkodobé koncentrace znečišťující látky pro proudění z každého sektoru, na něž je větrná růžice rozdělena, pro všechny přípustné kombinace tříd rychlosti a stability. Dostaneme tak výsledky, které označíme jako $c_{sektor,stab,rych}$. Chceme-li zahrnout vliv dálkového přenosu (pozařovné koncentrace), je k této hodnotě ještě nutno přičíst velikost transferu příslušného znečištění odpovídající danému sektoru transferu nejsou funkcemi tříd stability a rychlosti proudění).

Na tomto místě je nutné uvést následující poznámku. Je-li růžice dělena do L sektorů, pak můžeme pro každý bod dostat 15 L hodnot $c_{sektor,stab,rych}$ (některé z nich budou rovny nule) a pro celkový počet referenčních bodů tento soubor obnáší 15 $K_{MAX} L$ hodnot krátkodobých koncentrací. Tento soubor informací je možno uspořádat do 15 L souborů, kdy jeden soubor bude obsahovat vždy K_{MAX} hodnot $c_{sektor,stab,rych}$ odpovídající proudění z jednoho sektoru a

jedné kombinaci třídy rychlosti a třídy stability. Některé soubory budou obsahovat pouze nulové hodnoty $c_{sektor,stab,rych}$, neboť daná kombinace třídy rychlosti a třídy stability se v atmosféře nemůže vyskytovat (ve větrných růžicích tomuto případu odpovídají nulové četnosti). I tak zůstává počet souborů s uvedenými hodnotami krátkodobých koncentrací velmi vysoký.

Výše zmíněný enormní úhrn informací lze zmenšit tak, že pro každý směr proudění vybereme největší hodnotu c_{sektor} z hodnot $c_{sektor,stab,rych}$. V každém bodě pak dostaneme L hodnot veličiny c_{sektor} a pro všechny referenční body tato informace bude obnášet $K_{MAX} L$ hodnot. Tím se počet výstupních souborů redukuje na L , tj. na počet sektorů, na něž je větrná růžice rozdělena.

V některých případech stačí určit pouze maximální hodnotu c_{max} bez ohledu na ostatní parametry, tj. sektor, odkud proudění přichází a kombinace tříd stability a rychlosti. V tomto případě se dostane pouze K_{MAX} hodnot veličin c_{max} , které mohou tvořit jediný výstupní soubor.

Při určení maximální krátkodobé koncentrace je nutné se zmínit o dopravních zdrojích a emisích z těchto zdrojů. Zatímco v případě všech ostatních skupin zdrojů se při výpočtu jak krátkodobých koncentrací tak průměrné roční koncentrace vycházelo z hodnoty průměrného emisního toku, v tomto případě je nutno brát v úvahu fakt, že hodnoty maximálních emisí (odpovídající dopravním špičkám) se výrazně odlišují od průměrné roční hodnoty. V metodice je proto zadán poměr mezi maximální a průměrnou emisí. Pro liniové zdroje je použita hodnota 2,4 (tj. velikost špičkové dopravní emise z liniových zdrojů = $2,4 \times$ průměrná hodnota této emise). Tato hodnota vychází z pravidla, že v tzv. „špičkové“ hodině se obvykle realizuje 10 % z celodenní dopravy. U plošných dopravních zdrojů (zejména křižovatek) takovýto jednoznačný přepočtení neexistuje, neboť každá křižovatka se vyznačuje specifickými podmínkami v závislosti např. na tom, zda je světelně řízena, jaký má tvar a jak frekventované komunikace se na ní kříží. Stanovení poměru průměrné a špičkové emise se v tomto případě provádí již při výpočtu emisní bilance a do výpočtu se zadává příslušným zvýšením okamžité emise a snížením celkové provozní doby zdroje.

3.3.4. Výpočet hodnot dlouhodobých (ročních) průměrů koncentrací

Při určení hodnot dlouhodobých (ročních) průměrů koncentrací znečišťující látky se vychází ze stejných vztahů, které jsou použity pro výpočet krátkodobých hodnot. V případě určení této veličiny je však nutno vzít do úvahy počet hodin za rok, po který každý emisní zdroj emituje do ovzduší znečišťující látky. Pro každý emisní zdroj je tento parametr označený $DOBA_{zdroj}$ znám, jeho hodnota může nabývat hodnot od $DOBA_{zdroj} = 0$ (zdroj v daném roce neemitoval znečištění) až po $DOBA_{zdroj} = 8760$ (zdroj emitoval nepřetržitě po dobu celého roku; $8760 = 24 \times 365$). Pro každý zdroj se pak určí podíl:

$$RDOBA_{zdroj} = DOBA_{zdroj} / 8760$$

kteřý nabývá hodnot z intervalu $\langle 0,1 \rangle$. Pokud se týče četnosti proudění, je nutno pro každý sektor určit velikost celkové četnosti proudění:

$$CELKCET_{sektor} = \sum_{rych} \sum_{stab} cet_{sektor,stab,rych}$$

rych označuje třídy rychlosti proudění
stab třídy vertikální teplotní stability.

Ve větrných růžicích může být četnost zadána dvojím způsobem. Buď v procentech, pak je nutno hodnotu $CELKCET_{sektor}$ vydělit 100 nebo jsou četnosti zadány již ve tvaru parametrů nabývajících hodnot $\langle 0,1 \rangle$ a výsledek $CELKCET_{sektor}$ vyjde též ve tvaru přímo použitelném ve výpočtu.

Hodnoty průměrné roční koncentrace c_{ROK} je možno určit dvojím způsobem. První z nich spočívá výpočtu této hodnoty jako váženého průměru hodnot $c_{sektor,stab,rych}$, kdy vahami jsou jednotlivé četnosti (ve tvaru hodnot z intervalu $\langle 0,1 \rangle$) odpovídající proudění z daného sektoru při dané třídě stability a rychlosti. Ještě před výpočtem váženého průměru je nutno příspěvek od každého emisního zdroje (tj. hodnotu $c_{i,sektor,stab,rych}$) k hodnotě $c_{sektor,stab,rych}$ vynásobit hodnotou $RDOBA_{zdroj}$, aby byla vzata do úvahy doba, po kterou byl zdroj v provozu.

Druhá možnost spočívá ve využití předpokladu, podle kterého lze průměrné stabilitní poměry během celého roku považovat za blízké čtvrté, tj. normální stabilitní třídě. Označíme-li hledanou hodnotu průměrné roční koncentrace jako c_{ROK} pak:

$$c_{ROK} = \sum_i \sum_{sektor} \sum_{rych} \left(\sum_{stab} cet_{sektor,stab,rych} \right) c_{i,sektor,4,rych}$$

kde $c_{i,sektor,4,rych}$ je hodnota koncentrace působená i-tým emisním zdrojem pro normální (čtvrtou) stabilitní třídu pro daný sektor a danou třídu rychlosti proudění (stejně jako v předchozí možnosti výpočtu průměrné roční koncentrace je nutno příspěvek každého emisního zdroje k hodnotě $c_{i,sektor,4,rych}$ vynásobit parametrem $RDOBA_{zdroj}$). Hodnotu průměrné roční koncentrace c_{ROK} pak opět dostaneme jako vážený průměr, kdy vahami v tomto případě jsou sumy přes třídy stability $\sum_{stab} cet_{sektor,stab,rych}$ pro každý sektor a každou třídu rychlosti,

$cet_{sektor,stab,rych}$ označuje četnost proudění z daného sektoru při dané třídě rychlosti a stability.

Pro postižení vlivu dálkového přenosu (pozařové koncentrace) je k hodnotě c_{ROK} nutno přičíst průměrnou roční hodnotu transferu daného druhu znečištění, která je buď součástí vstupního souboru s hodnotami transferů, nebo se určí jako vážený průměr transferů z jednotlivých sektorů, kdy vahami jsou celkové četnosti proudění z jednotlivých sektorů získané sumací přes všechny třídy rychlosti a stability v daném sektoru.

3.3.5. Výpočet délky doby překročení krátkodobého imisního limitu daným druhem znečištění

Pro to, aby mohl proběhnout výpočet délky doby překročení krátkodobého imisního limitu daným druhem znečištění T^{lim} v daném referenčním bodě, je nutno zadat tuto prahovou hodnotu, kterou označíme jako c^{lim} . Algoritmus výpočtu je následující.

Pro jednotlivé sektory určíme celkovou hodnotu koncentrace působenou v daném referenčním bodě všemi emisními zdroji při proudění z těchto sektorů tak, že postupně načítáme hodnoty krátkodobých koncentrací $c_{i,\text{sektor},\text{stab},\text{rych}}$ působených jednotlivými zdroji a dosažených při proudění z daného sektoru při jednotlivých kombinacích tříd stability a proudění. Testuje se, zda suma načtených hodnot nepřesáhla hodnotu c^{lim} . Došlo-li k tomu, že hodnota c^{lim} byla skutečně překročena při určité kombinaci tříd rychlosti proudění uloží se hodnota $c_{et,\text{stab},\text{rych}}$ odpovídající danému sektoru a přejde se k načítání příspěvků emisních zdrojů při proudění ze stejného sektoru při jiné kombinaci rychlostních a rozptylových podmínek. Takto se pro jeden sektor určí hodnoty krátkodobých koncentrací a sečtou se četnosti kombinací tříd stability a rychlosti proudění, za nichž byly dosaženy hodnoty koncentrací vyšších než c^{lim} . Dostaneme tak jim odpovídající hodnotu $T^{\text{lim}}_{\text{sektor}}$ pro jeden sektor větrné růžice. Výsledná hodnota doby překročení krátkodobého imisního limitu v daném referenčním bodě je pak dána jako:

$$T^{\text{lim}} = \sum_{\text{sektor}} T^{\text{lim}}_{\text{sektor}}$$

Veličina T^{lim} udává horní odhad doby překročení krátkodobého imisního limitu, neboť při zdrojích neemitujících po celou dobu roku se může stát, že v okamžiku, kdy by daný zdroj mohl ovlivnit hodnotu dosažené koncentrace v daném referenčním bodě, právě nebude emitovat.

4. DALŠÍ MOŽNÉ APLIKACE VÝPOČTU ZNEČIŠTĚNÍ OVZDUŠÍ

4.1. Výpočet příspěvku ke krátkodobé hodnotě koncentrace z daného sektoru

Tato charakteristika, tj. „jak vysoké okamžité hodnoty koncentrace v referenčním bodě odpovídají určitému směru proudění“, poskytuje informace o závislosti velikosti koncentrace v referenčním bodě na směru proudění a tím i o rozložení emisních zdrojů vůči zkoumanému bodu. Podobně jako v případě určení krátkodobých hodnot koncentrací i zde existuje několik možností pro této charakteristiky, která se někdy též nazývá jako růžice znečištění.

Nejobsáhlejší informaci obsahuje přístup, kdy pro jeden sektor určíme všechny dosažené hodnoty okamžitých koncentrací od všech emisních zdrojů pro jednotlivé kombinace tříd rychlosti a stability, tj.:

$$c_{stab, rych}^{sektor} = \sum_i c_{i, stab, rych}^{sektor}$$

kde index i probíhá přes všechny emisní zdroje. V jednom referenčním bodě tak dostaneme maximálně 15 růžic znečištění pro všechny možné kombinace tříd rychlosti a stability (některé růžice bude možno vynechat, neboť budou obsahovat pouze nulové hodnoty).

Druhá možnost spočívá v tom, že z krátkodobých hodnot znečištění dosažených v daném referenčním bodě se vybere hodnota nejvyšší, která bude odpovídat určité třídě rychlosti a stability a pro ni se pak určí jedna růžice znečištění. Problém spočívá v tom, že v dalších referenčních bodech může být maximální krátkodobá hodnota koncentrace dosažena pro jiné rozptylové podmínky (třídu rychlosti a stability) a růžice pak budou navzájem do jisté míry nesouměřitelné. Zde neexistuje obecný návod, který způsob volit, ale vždy je nutno rozvážit, k čemu dané charakteristiky mají sloužit a podle toho pak volit přístup.

4.2. Výpočet příspěvku k průměrné roční hodnotě koncentrace z daného sektoru

V tomto případě je situace jednodušší o to, že se nemusí uvažovat odlišný vliv rozptylových podmínek v jednotlivých referenčních bodech, neboť pro každý bod je k dispozici pouze jedna průměrná roční hodnota koncentrace. Hodnoty průměrné roční koncentrace pro jednotlivé sektory c^{sektor} lze určit následujícím způsobem.

Pro jednotlivé sektory se provede následující sumace:

$$c^{sektor} = \sum_{rych} \left(\sum_{stab} cet_{stab, rych} \right) c_{i, 6, rych}^{sektor} \Big|_{sektor}$$

kde $cet_{i, 6, rych}^{sektor}$ označuje příspěvky od jednotlivých zdrojů (index i probíhá přes všechny zdroje) k hodnotě průměrné roční koncentrace pro daný sektor růžice, proto parametr $stab = 6$, v jednom sektoru. Hodnota parametru $stab = 6$ bude nadále také znamenat, že při výpočtu

příspěvku daného zdroje k průměrné roční koncentraci je vzata do úvahy doba, po kterou zdroj emituje v průběhu kalendářního roku (tzv. provozní doba zdroje).

4.3. Určení relativního podílu jednotlivých skupin zdrojů na průměrné roční hodnotě koncentrace v daném bodě

Každý emisní zdroj má přiřazenu informaci, k jaké skupině zdrojů náleží (viz část 2.1.). Je-li známa hodnota průměrné roční koncentrace v daném referenčním bodě c_{ROK} , pak je postup při určení relativního podílu vybrané skupiny zdrojů na průměrné roční hodnotě koncentrace v daném bodě následující.

$$c_{ROK}^{j skupina} = \sum_{sektor} \sum_{rych} \left(\sum_{stab} c_{et, stab, rych} \right) c_{i, sektor, 6, i rych}^{j skupina}$$

při splnění podmínky, že identifikátor skupiny zdroje pro příslušný zdroj má hodnotu $j skupina$. Takto se určí hodnota průměrné roční koncentrace působená pouze vybranou skupinou zdrojů. Relativní podíl se pak určí:

$$c_{ROK}^{j skupina} (\%) = \frac{c_{ROK}}{c_{ROK}^{j skupina}} 100$$

Obdobně se určí podíly i dalších skupin zdrojů.

4.4. Výpočet podílu (absolutního i relativního) jednotlivých zdrojů na průměrných ročních hodnotách koncentrací v referenčním bodě

Je-li známa hodnota průměrné roční koncentrace v daném referenčním bodě c_{ROK} , a příspěvek k této hodnotě od každého emisního zdroje $c_{i,6}$, kde je již určen vážený průměr přes jednotlivé sektory, třídy rychlosti a stability pro tento příspěvek, pak absolutní příspěvek daného emisního zdroje je právě hodnota $c_{i,6}$ a relativní podíl je dán jako poměr

$$cpodil_{ROK}^{zdroj} (\%) = \frac{c_{i,6}}{c_{ROK}} 100$$

Hodnotu $cpodil_{ROK}^{zdroj} (\%)$ je vhodné zdola omezit určitou prahovou hodnotou (např. 5%) a ve výstupech nechat tisknout jen ty zdroje, jejichž příspěvek je větší než tato prahová hodnota, neboť při větším počtu emisních zdrojů by se pro každý referenční bod dostal neúměrně dlouhý seznam emisních zdrojů, jejichž příspěvek tvoří pouze zlomky procent.

Údaje získané pomocí tohoto výpočtu pomohou odhalit hlavní přispěvovatele k hodnotě průměrné roční koncentrace daného druhu znečištění, což může být užitečným zdrojem informací pro řadu kroků např. v procesu rozhodování.

5. INTERPRETACE VÝSLEDKŮ CHARAKTERISTIK ZNEČIŠTĚNÍ OVZDUŠÍ

Jestliže to parametry úlohy dovolí (tj. počet referenčních bodů a hustota, s níž pokrývají modelovou oblast), je nejlépe zobrazovat výsledky výpočtů ve formě map případně ve formě grafů a diagramů. Některé z vypočtených hodnot je naopak možno uvádět pouze ve formě tabulek. Přestože zde bude uvedeno několik poznámek k interpretaci modelových výsledků, je vždy nejvhodnější, když tuto interpretaci provádí odborník v problematice fyziky atmosféry, zejména tehdy, bude-li se jednat o modelové výpočty prováděné nad komplexním terénem.

Při interpretaci modelových výsledků je nutno vycházet z následujících faktů:

- Jakýkoliv model představuje zjednodušený popis reálných procesů. Gaussovské modely jsou navíc příkladem velmi zjednodušeného popisu reality, a tudíž musejí vyhovovat řadě podmínek, za nichž jsou výsledky interpretovatelné – podmínky pro minimální rychlost proudění, reliéf terénu modelové oblasti a mnohé další, jejichž diskuse je mimo rámec této příručky.
- Vstupní údaje, a to jak klimatické tak i údaje o emisních zdrojích, vycházejí z průměrných ročních hodnot. Skutečné okamžité hodnoty popisující jak stav atmosféry tak i velikost emisního toku se mohou od těchto údajů značně odlišovat a navíc klimatická data představují určitou, za delší časové období zprůměrovanou informaci, která se může lišit od konkrétních podmínek v daném roce.
- Metodika nezohledňuje fakt, že v jakémkoli zvlněném terénu bude pole proudění vykazovat deformace v horizontální rovině (přenos znečištění nebude probíhat přímočaře od zdroje ve směru proudění).
- Protože použité vztahy pro výpočet koncentrací od jednotlivých typů zdrojů (bodové, liniové či plošné) jsou vlastně řešením rovnice difúze pro stacionární případ, je nutno předpokládat, že v celé modelové oblasti panují konstantní podmínky charakterizující stav atmosféry a tyto podmínky jsou konstantní nejen v časovém, ale i v prostorovém smyslu.

Kromě výše uvedených limitujících faktů zde existuje i řada dalších faktorů, které je dobré mít na zřeteli, ale jejichž diskuse přesahuje rámec příručky. Právě proto je vhodné, aby interpretace výsledků byla svěřena do rukou odborníka.

LITERATURA

- [1] Ministerstvo lesního a vodního hospodářství: Výpočet znečištění ovzduší pro stanovení a kontrolu technických parametrů zdrojů. Praha, 1979.
- [2] Brechler, J.: Gaussovský disperzní model šíření znečišťujících příměsí v atmosféře. Habilitační práce, MFF UK Praha, 1998.
- [3] Maňák, J., Bubník, J., Keder, J., Macoun, J.: SYMOS'97 Systém modelování stacionárních zdrojů. ČHMÚ, Praha 1997
- [4] Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, Flannery, B.P.: Numerical Recipes in Fortran. The Art of Scientific Computing. Cambridge University Press, 1992.
- [5] Holpuch, J.: Modelování postupného vznosu kouřových vleček. Diplomová práce KMOP MFF UK, Praha, 1995.
- [6] U.S. Environmental Protection Agency: User's Guide for the Industrial Source Complex (ISC2) Dispersion Model. Volume II - Description of Model Algorithms. Research Triangle Park, North Carolina, 1992.

PŘÍLOHA A: VYJÁDŘENÍ FUNKCE ERF(X)

Chybová funkce erf(x) a komplementární chybová funkce erfc(x) jsou definovány vztahy:

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$$

$$\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2} dt$$

a platí pro ně následující:

$$\operatorname{erf}(0) = 0 \quad \operatorname{erf}(\infty) = 1 \quad \operatorname{erf}(-x) = -\operatorname{erf}(x)$$

$$\operatorname{erfc}(0) = 1 \quad \operatorname{erfc}(\infty) = 0 \quad \operatorname{erfc}(-x) = 1 + \operatorname{erf}(x)$$